
UNIVERSIDADE ESTADUAL VALE DO ACARAÚ
Coordenação de Matemática
Lista 03 - Estruturas Algébricas II - 2014.2
Professor Márcio Nascimento
Relações de Equivalência - Parte 2

1. Considere o conjunto dos números inteiros e a relação R definida da seguinte forma:

$$aRb : a \equiv b(\text{mod } 6)$$

- (a) Verifique que R é uma relação de equivalência.
- (b) Encontre as classes de equivalência de $0, 1, 2, 3, 4, 5$ e 6 . Represente-as por $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$ e $\bar{6}$ respectivamente.
- (c) Quantos elementos existem em cada classe? Quantas classes são produzidas por esta relação?
- (d) Verdadeiro ou falso: "Se aRb então $\bar{a} = \bar{b}$ ".
- (e) Dados dois elementos $a, b \in \mathbb{Z}$ e a relação R definida acima, quais as possibilidades para $\bar{a} \cap \bar{b}$?
- (f) [Partição de \mathbb{Z} segundo a relação R] Quais os elementos x_1, x_2, \dots, x_n necessários para que $\mathbb{Z} = \bar{x}_1 \cup \bar{x}_2 \cup \dots \cup \bar{x}_n$?
- (g) Exiba o conjunto quociente \mathbb{Z}/R .

2. Novamente, considere o conjunto \mathbb{Z} . Se S é a relação:

$$aSb : a \equiv b(\text{mod } 5)$$

responda o que se pede:

- (a) Mostre que S é também uma relação de equivalência.
 - (b) Descreva as classes de equivalência em \mathbb{Z} segundo S .
 - (c) Exiba uma partição de \mathbb{Z} segundo S .
 - (d) Explique as diferenças entre \mathbb{Z}/R e \mathbb{Z}/S (R a relação da questão anterior).
3. Ainda considerando o conjunto dos inteiros, seja \mathcal{R} a relação

$$a\mathcal{R}b : a \equiv b(\text{mod } m)$$

onde m é um inteiro positivo.

- (a) Mostre que \mathcal{R} é uma relação de equivalência.
- (b) Descreva as classes de equivalência em \mathbb{Z} segundo \mathcal{R} .
- (c) Quantos elementos possui uma partição de \mathbb{Z} segundo esta relação?
- (d) Exiba \mathbb{Z}/\mathcal{R} .