

1. Verifique se, no conjunto indicado, a relação é de equivalência:
 - (a) A : conjunto de todos os quadrados no plano. Relação R : aRb se a e b têm a mesma área.
 - (b) A : conjunto de todas as retas do plano. Relação R : gRh se $g = h$ ou g e h são paralelas.
 - (c) A : conjunto de todos os carros de Sobral. Relação R : cRd se c e d têm a mesma cor.
 - (d) $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Relação R : $(n, m)R(s, t)$ se $n.t = m.s$

2. Seja \mathbb{Z} o conjunto dos números inteiros e p um número primo fixado. Seja R a relação:

$$aRb \text{ se } a - b \text{ é múltiplo de } p$$

mostre que se trata de uma relação de equivalência.

3. Seja R a relação em $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ tal que xRy se, e somente se, $x - y$ é múltiplo de 2.
 - (a) Quais os elementos da relação R ?
 - (b) R é reflexiva? R é simétrica? R é transitiva?
4. Seja $A = \{x \in \mathbb{Z} ; |x| \leq 3\}$ e R a relação sobre A definida por: " xRy se, e somente se, $x + |x| = y + |y|$ ".
 - (a) Mostre que R é uma relação de equivalência.
 - (b) Descreva o conjunto quociente A/R .
5. Considere a relação S sobre \mathbb{Q} definida da seguinte forma: " xSy se, e somente se, $x - y \in \mathbb{Q}$ ".
 - (a) Mostre que S é uma relação de equivalência.
 - (b) Descreva a classe de $\frac{1}{2}$.
 - (c) Descreva a classe \bar{a} quando $a \in \mathbb{Q}$.
6. Seja R a relação sobre \mathbb{Z} definida por: " xRy se, e somente se, $x|y$ e $y|x$ ". Mostre que R é uma relação de equivalência e descreva o conjunto quociente \mathbb{Z}/R .
7. Seja K o conjunto de todos os estudantes da UVA - fundada em 1968 da Era Cristã - e considere a seguinte relação entre os elementos de K

$$xRy \iff x \text{ ingressou na UVA no mesmo ano que } y$$

- (a) R é uma relação de equivalência?
- (b) Seja o **conjunto quociente** K/R , isto é, o conjunto das classes de equivalências geradas a partir da relação R (caso ela seja relação de equivalência!). Quantos elementos (classes de equivalência) possui o conjunto K/R ?
- (c) Explique: podemos ter estudantes de cursos diferentes em uma (possível) mesma classe de equivalência? Podemos ter estudantes de um mesmo curso em (possíveis) classes de equivalências diferentes?