



Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

Os Quatérnios e as suas Recentes Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

UFC-Sobral/Eng. Elétrica

2 de outubro de 2009



Sumário

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

1 Rotações

2 Quatérnios

3 Transformada de Fourier Quaterniônica

4 E o Caos ficou de fora?



Sumário

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

1 Rotações

2 Quatérnios

3 Transformada de Fourier Quaterniônica

4 E o Caos ficou de fora?



Rotação em 2D

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- Rotação via Matrizes;



Rotação em 2D

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- Rotação via Matrizes;
- Rotação via Números Complexos.



Rotação em 3D

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- Ângulos de Euler;



Rotação em 3D

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- Ângulos de Euler;
- Composição dos Ângulos de Euler;



Rotação em 3D

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- Ângulos de Euler;
- Composição dos Ângulos de Euler;
- Problema do Tipo Gimbal Lock.



Sumário

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

1 Rotações

2 Quatérnios

3 Transformada de Fourier Quaterniônica

4 E o Caos ficou de fora?



Os Quatérnios

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- Estrutura Quatérniônica;



Os Quatérnios

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- Estrutura Quaterniônica;
- Operador Rotacional Quaterniônico;



Os Quatérnios

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- Estrutura Quaterniônica;
- Operador Rotacional Quaterniônico;
- Comparação.



Pedindo ajuda à Álgebra Linear!

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

Alguns Teoremas da Álgebra Linear

Sejam O e O' duas orientações no espaço tridimensional. Então existem um eixo $l \in \mathbb{R}^3$ e um ângulo de rotação $\theta \in (-\pi, \pi]$ tal que O produz O' quando rotacionado de um ângulo θ em torno do eixo l .



Pedindo ajuda à Álgebra Linear!

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

Teorema Fundamental das Transformações Ortogonais

Se R é um operador ortogonal positivo de \mathbb{R}^3 , então existe uma base ortonormal de espaço na qual a matriz de R é dada na forma

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



Pedindo ajuda à Álgebra Linear!

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

Observação Importante!

Observando o TFTO, note que 1 é o autovalor do operador R . Geometricamente, isso significa que R deixa uma reta r do espaço invariante (o auto-espaço associado ao autovalor 1). Além disso, da representação matricial de R , segue que R é uma rotação de um ângulo θ em torno da reta r . Em suma, as transformações ortogonais positivas são as rotações do espaço em torno de um eixo.



Sumário

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

1 Rotações

2 Quatérnios

3 Transformada de Fourier Quaterniônica

4 E o Caos ficou de fora?



A Transformada

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- TFQ Contínua;



A Transformada

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

- TFQ Contínua;
- TFQ Discreta.



Como as TFQs são definidas?

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

TFQ Contínua

Em 1992 foi introduzida a Transformada de Fourier Quaterniônica para sinais bidimensionais

$$F^q(\mathbf{u}) = \int_{\mathbb{R}^2} \exp[-i2\pi ux] f(\mathbf{x}) \exp[-j2\pi vy] d^2\mathbf{x}$$

onde $\mathbf{x} = (x, y)^T$ e $\mathbf{u} = (u, v)^T \in \mathbb{R}^2$ e f é um sinal quaterniônico bidimensional.

Como as TFQs são definidas?

TFQ Discreta

Um formato discreto para a TFQ pode ser dado por

$$TFQ_I(u, v) = S \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \exp \left[-\mu 2\pi \left(\frac{xu}{M} + \frac{yv}{N} \right) \right] I(x, y)$$

cuja inversa é

$$I(x, y) = S \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \exp \left[\mu 2\pi \left(\frac{xu}{M} + \frac{yv}{N} \right) \right] TFQ_I(u, v)$$

onde

$$I(x, y) = R(x, y)\mathbf{i} + G(x, y)\mathbf{j} + B(x, y)\mathbf{k}$$

$$e S = \frac{1}{\sqrt{MN}}.$$



Sumário

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

1 Rotações

2 Quatérnios

3 Transformada de Fourier Quaterniônica

4 E o Caos ficou de fora?



E o que é isto?

Os Quatérnios
e as suas
Recentes
Aplicações

Juan Medeiros
juca@ufc.br

Rotações

Quatérnios

Transformada
de Fourier
Quaterniônica

E o Caos ficou
de fora?

Humor do Imediatista

Dois homens viajam num balão e estão perdidos numa área deserta e desolada. Lá pelas tantas, encontram um indivíduo meditando à sombra de uma árvore. - Onde estamos, por favor? Após alguma reflexão, o homem responde: - Num balão. - Obrigado, senhor matemático! - disse um dos balonistas. O homem pergunta, espantado: - Como vocês sabem que eu sou matemático? - Por três motivos. Primeiro, o senhor pensou muito antes de responder. Segundo, sua resposta é precisa. Terceiro, ela não serve para nada! - responde o balonista.